

ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: Παρασκευή 5 Ιανουαρίου 2018
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$, $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ και $\vec{\gamma} = (x_3, y_3)$ διανύσματα του επιπέδου Oxy να αποδείξετε ότι: $\vec{\alpha} \cdot (\vec{\beta} + \vec{\gamma}) = \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + \vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}$

Μονάδες 10

A2. Να γράψετε στο τετράδιό σας τον τύπο που υπολογίζει τον συντελεστή διεύθυνσης λ μίας ευθείας που διέρχεται από τα σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ με $x_1 \neq x_2$.

Μονάδες 5

A3. Για καθεμιά από τις επόμενες προτάσεις, να γράψετε στο τετράδιό σας δίπλα από το κάθε γράμμα τη λέξη **ΣΩΣΤΟ**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **ΛΑΘΟΣ**, αν είναι λανθασμένη.

(α) Αν $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ δύο σημεία του επιπέδου Oxy τότε οι συντεταγμένες (x, y) του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB είναι:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

(β) Αν $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ δύο ευθείες με συντελεστές διεύθυνσης λ_1, λ_2 αντίστοιχα, τότε ισχύει $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2 \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$.

(γ) Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ δύο διανύσματα του επιπέδου Oxy τότε:
$$\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2$$

(δ) Αν $\vec{\alpha} // x'x$ τότε δεν ορίζεται ο συντελεστής διεύθυνσης του διανύσματος $\vec{\alpha}$.

(ε) Η εξίσωση μιας κατακόρυφης ευθείας που διέρχεται από το σημείο

$$A(x_0, y_0) \text{ είναι η } x = x_0$$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα:

$$\vec{u} = (\sqrt{3}, \kappa), \vec{v} = (3, -\sqrt{3}) \text{ με } \kappa > 0 \text{ τα οποία έχουν ίσα μέτρα.}$$

B1. Να δείξετε ότι $\kappa = 3$.

Μονάδες 8

B2. Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{u}, \vec{v}$ είναι κάθετα.

Μονάδες 5

B3. Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\vec{u} + \vec{v}$.

Μονάδες 7

B4. Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζουν τα διανύσματα $\vec{u} + \vec{v}$ και $\vec{u}$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται τρίγωνο με κορυφές τα σημεία $A(1,1)$, $B(2,3)$, $\Gamma(5,3)$

Γ1. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας AB .

Μονάδες 8

Γ2. (i) Να αποδείξετε ότι το μέσο M της πλευράς $A\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$ έχει συντεταγμένες $(3,2)$. (Μονάδες 3)

(ii) Να δείξετε ότι η μεσοκάθετος της πλευράς $A\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$ έχει εξίσωση (ε): $y = -2x + 8$. (Μονάδες 7)

Μονάδες 10

Γ3. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ του επιπέδου Oxy για το οποίο το $AB\Gamma\Delta$ να είναι παραλληλόγραμμο.

Μονάδες 7

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2018**
Α' ΦΑΣΗ**E_3.Μλ2Θ(ε)****ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η ευθεία $(\varepsilon): y = |\vec{\alpha}|x + |\vec{\alpha} + \vec{\beta}|$ η οποία σχηματίζει με τους άξονες ισοσκελές τρίγωνο και τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $A(0,2)$. Αν για το διάνυσμα $\vec{\beta}$ ισχύει $\vec{\beta} = (1, |\vec{\beta}| - 1)$ να δείξετε ότι:

Δ1. (i) $|\vec{\alpha}| = 1$ (Μονάδες 5)

(ii) $|\vec{\beta}| = 1$ (Μονάδες 5)

Δ2. $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$ (Μονάδες 8)

Δ3. Οι ευθείες $\varepsilon_1: y = 2x - \lambda + 2$ και $\varepsilon_2: y = \lambda x - \lambda^2 + \lambda + 2$ με $\lambda \in \mathbb{R} - \{2\}$ τέμνονται για κάθε $\lambda \neq 2$ σε σημείο το οποίο κινείται πάνω στην (ε) . (Μονάδες 7)

Μονάδες 25